

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ

Пояснительная записка

Вступительный экзамен по математике проводится в форме собеседования и(или) тестирования. Целью экзамена является оценка подготовленности поступающего к обучению в вузе. Перечень контролируемых вопросов программы составлен на базе стандарта среднего (полного) общего образования по математике. Программа по математике состоит из двух разделов.

Первый из них представляет собой перечень основных математических понятий и фактов, которыми должен владеть поступающий (уметь правильно их использовать при решении задач).

Второй раздел представляет собой перечень основных формул и теорем. При подготовке к вступительному испытанию целесообразно познакомиться с формулировками утверждений этого раздела.

В третьем разделе указано, какие навыки и умения требуются от абитуриента на вступительном испытании.

В связи с разнообразием учебников и регулярным их переизданием отдельные утверждения второго раздела могут в некоторых учебниках называться иначе, чем в программе, формулироваться в виде задач, либо отсутствовать. Такие случаи не освобождают от необходимости знать эти утверждения.

На экзамене поступающий в высшее учебное заведение должен показать: а) умение четко и сжато выражать математическую мысль в письменном изложении, использовать соответствующую символику; б) уверенное владение математическими знаниями и навыками, предусмотренными настоящей программой, умение применять их при решении задач.

Раздел 1. ОСНОВНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ И ФАКТЫ

Алгебра и начала анализа

1. Натуральные числа (N). Простые и составные числа. Наименьшее общее кратное. Наибольший общий делитель.
2. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.
3. Целые числа (Z). Рациональные числа (Q), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел.
4. Действительные числа (R), их представление в виде десятичных дробей.
5. Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.
6. Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.
7. Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.
8. Логарифмы, их свойства.
9. Одночлен и многочлен.
10. Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена.
11. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения, множество значений функции. Функция, обратная данной.
12. График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность, четность, нечетность.

13. Определение и основные свойства функций: линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической; тригонометрических функций, арифметического корня.

14. Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.

15. Неравенства. Решения неравенства. Понятие о равносильных неравенствах. Решения системы.

16. Система уравнений и неравенств. Решения систем.

17. Арифметическая и геометрическая прогрессия. Формула n -го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии.

18. Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы).

19. Преобразование в произведение сумм и разностей тригонометрических функций.

20. Определение производной. Её физический и геометрический смысл.

Производные тригонометрических функций.

21. Достаточное условие возрастания (убывания) функции. Функция на промежутке. Понятие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.

Геометрия

1. Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые.

2. Примеры преобразования фигур, виды симметрии. Движение, его свойства. Преобразование подобия и его свойства.

3. Векторы. Операции над векторами.

4. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.

5. Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольника. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника.

6. Четырёхугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.

7. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности, сектор.

8. Центральные и вписанные углы.

9. Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.

10. Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.

11. Подобие. Подобные фигуры. Отношение площади подобных фигур.

12. Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости.

13. Параллельность прямой и плоскости.

14. Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости.

15. Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей.

16. Многогранники. Их вершины, ребра, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы; пирамида. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.

17. Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.

18. Формула объема параллелепипеда.

19. Формулы площади поверхности и объема призмы.

20. Формулы площади поверхности и объема пирамиды.

21. Формулы площади поверхности и объема цилиндра.

22. Формулы площади поверхности и объема конуса.

23. Формулы объема шара и его частей.

24. Формулы площади сферы.

Раздел 2. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ И ТЕОРЕМЫ

Алгебра

1. Свойства числовых неравенств.
2. Формулы сокращенного умножения.
3. Свойства линейной функции и ее график.
4. Формула корней квадратного уравнения. Теорема о разложении квадратного трехчлена на линейные множители. Теорема Виета.
5. Свойства квадратичной функции и ее график.
6. Неравенство, связывающее среднее арифметическое и среднее геометрическое двух чисел. Неравенство для суммы двух взаимно обратных чисел.
7. Формулы n -го члена и суммы n первых членов арифметической прогрессии.
8. Формулы n -го члена и суммы n первых членов геометрической прогрессии.
9. Свойства степеней с натуральными и целыми показателями. Свойства арифметических корней n -й степени. Свойства степеней с рациональными показателями.
10. Свойства степенной функции с целым показателем и ее график.
11. Свойства показательной функции и ее график.
12. Основное логарифмическое тождество. Логарифмы произведения, степени, частного. Формула перехода к новому основанию.
13. Свойства тригонометрической функции и ее график. Основное тригонометрическое тождество. Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
14. Формулы приведения, сложения, двойного и половинного аргумента, суммы и разности тригонометрических функций. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента.
15. Преобразование произведения синусов и косинусов в сумму. Преобразование выражения $a \sin x + b \cos x$ с помощью вспомогательного аргумента.
16. Формулы решений простейших тригонометрических уравнений.
17. Свойства тригонометрических функций и их графики.

Геометрия

1. Теоремы о параллельных прямых на плоскости.
2. Свойства вертикальных и смежных углов.
3. Свойства равнобедренного треугольника.
4. Признаки равенства треугольников.
5. Теорема о сумме внутренних углов треугольника. Теорема о внешнем угле треугольника. Свойства средней линии треугольника.
6. Теорема Фалеса. Признаки подобия треугольников.
7. Признаки равенства и подобия прямоугольных треугольников. Пропорциональность отрезков в прямоугольном треугольнике. Теорема Пифагора.
8. Свойство серединного перпендикуляра к отрезку. Свойство биссектрисы угла.
9. Теоремы о пересечении медиан, пересечении биссектрис и пересечении высот треугольника.
10. Свойство отрезков, на которые биссектриса треугольника делит противоположную сторону.
11. Свойство касательной к окружности. Равенство касательных, проведенных из одной точки к окружности. Теоремы о вписанных углах. Теорема об угле, образованном касательной и хордой.
12. Теоремы об угле между двумя пересекающимися хордами и об угле между двумя секущими, выходящими из одной точки. Равенство произведений отрезков двух пересекающихся хорд.
13. Свойство четырехугольника, вписанного в окружность. Свойство четырехугольника, описанного около окружности.

14. Теорема об окружности, вписанной в треугольник. Теорема об окружности, описанной около треугольника.
15. Теоремы синусов и косинусов для треугольника.
16. Теорема о сумме внутренних углов выпуклого многоугольника.
17. Признаки параллелограмма. Свойства параллелограмма.
18. Свойства средней линии трапеции.
19. Формула для вычисления расстояния между двумя точками на координатной плоскости. Уравнение окружности.
20. Теоремы о параллельных прямых в пространстве. Признак параллельности прямой и плоскости. Признак параллельности плоскостей.
21. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Теорема об общем перпендикуляре к двум скрещивающимся прямым. Признак перпендикулярности плоскостей. Теорема о трех перпендикулярах.

Раздел 3. ТРЕБОВАНИЯ К ПОСТУПАЮЩИМ

На вступительном испытании по математике поступающий должен уметь:

1. Выполнять (без калькулятора) действия над числами и числовыми выражениями; преобразовывать буквенные выражения; производить операции над векторами (сложение, умножение на число, скалярное произведение); переводить одни единицы измерения величин в другие.
2. Сравнить числа и находить их приближенные значения (без калькулятора); доказывать тождества и неравенства для буквенных выражений.
3. Решать уравнения, неравенства, системы (в том числе с параметрами) и исследовать их решения.
4. Исследовать функции; строить графики функций и множества точек на координатной плоскости, заданные уравнениями и неравенствами.
5. Изображать геометрические фигуры на чертеже; делать дополнительные построения; строить сечения; исследовать взаимное расположение фигур; применять признаки равенства, подобия фигур и их принадлежности к тому или иному виду.
6. Пользоваться свойствами чисел, векторов, функций и их графиков, свойствами арифметической и геометрической прогрессий.
7. Пользоваться свойствами геометрических фигур, их характерных точек, линий и частей, свойствами равенства, подобия и взаимного расположения фигур.
8. Пользоваться соотношениями и формулами, содержащими модули, степени, корни, логарифмические, тригонометрические выражения, величины углов, длины, площади, объемы.
9. Составлять уравнения, неравенства и находить значения величин, исходя из условия задачи.
10. Излагать и оформлять решение логически правильно, полно и последовательно, с необходимыми пояснениями.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ РАБОТ НА ВСТУПИТЕЛЬНОМ ЭКЗАМЕНЕ ПО МАТЕМАТИКЕ.

80-100 - абитуриент демонстрирует грамотную математическую речь, умение логически мыслить и аргументировать все шаги доказательств; в решении задач приведена верная последовательность всех шагов решения, все преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.

61-79 - демонстрирует грамотную математическую речь, умение логически мыслить и аргументировать все шаги доказательств теорем; в решении задачи приведена верная последовательность всех шагов решения, допущена описка и (или) вычислительная ошибка, не влияющие на дальнейший ход решения.

24-60 - демонстрирует умение пользоваться математической речью и символикой, показывает знание основных понятий и теорем, в решении задачи допущены описки и (или) вычислительные ошибки, в результате которых получен неверный ответ.

1-26 - абитуриент демонстрирует незнание основных понятий и теорем по вопросам экзаменационного билета, нет решения задачи (упражнения).

0 - все случаи ответа, которые не соответствуют вышеуказанным критериям.

Рекомендуемая литература

1. Лаппо Л.Д., Попов М.А. Математика. Подготовка к ЕГЭ. Вступительные испытания. М.: 2014. - 336 с.
2. ЕГЭ 2014. Математика. Оптимальный банк заданий для подготовки учащихся. Семенов А.В. и др. М.: 2014. - 96 с.
3. Полный сборник решения задач по математике для поступающих в вузы. Группа А./ Под ред. М.И.Сканави. – М.: Мир и Образование, Астрель.-2012. – 912 с.
4. Полный сборник решения задач по математике для поступающих в вузы. Группа Б./ Под ред. М.И.Сканави. – М.: Мир и Образование, Астрель.-2012. – 1232 с.
5. Сборник задач по математике с решениями. 8-11 кл. / В.К.Егерев, В.В.Зайцев, В.А.Кордемский и др. Под ред.М.И.Сканави – М.: Оникс, Мир и Образование, Астрель. - 2012. -624 с.
6. А. Г. Мордкович, В. И. Глизбург, Н. Ю. Лаврентьева Математика. Полный справочник. - М.: АСТ, Астрель, ВКТ. – 2010. – 303 с.
7. Письменный Д. Т. Готовимся к экзамену по математике: математика для старшеклассников. — 12-е изд. — М.: Айрис-пресс, 2008. — 352 с.
8. Крамор В. С. Готовимся к экзамену по математике: Учебное пособие / - М.: Оникс, Мир и Образование. - 2008. — 544 с